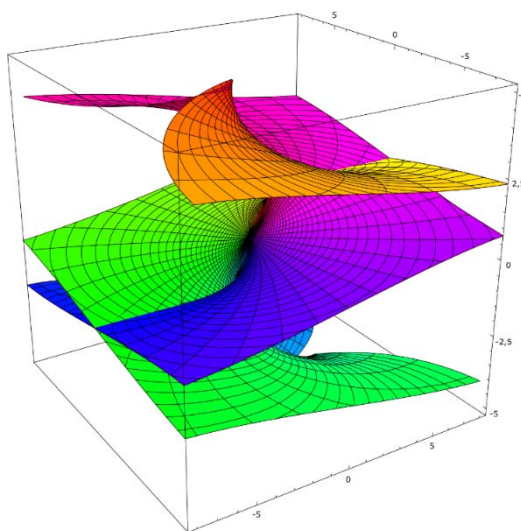


## Riemanni pind



Kui me soovime graafiliselt kujutada kompleksmuutujafunktsiooni ( $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ) või kahe muutuja funktsiooni  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , siis tulemuseks on üldjuhul kahemõõtmeline pind neljamõõtmelises ruumis  $\mathbb{R}^4$ . Neljamõõtmeline ruum on meie vahetule vaatlusele kättesaamatu, kuid üks võimalus neid pindasid vaadelda, on pinnad (lihtsamal juhul näiteks paralleelprojektsiooniga) kolmemõõtmelisse ruumi projitseerida.

Sellised visuaalsed projektsioonid on tuntud ka Riemanni pindadena, kuigi üldisemas mõttes nimetatakse kompleksmuutujafunktsioonide teoorias Riemanni pinnaks ühemõõtmelist diferentseeruvat muutkonda.

Pind on oma nime saanud Saksa matemaatiku Bernhard Riemanni (1826 – 1866) järgi, kes neid pindasid esimesena süstemaatiliselt uuris ning kelle ideed osutusid teedrajavaiks matemaatika mitmes valdkonnas.

Juuresoleval<sup>1</sup> pildil on kujutatud kompleksmuutujafunktsiooni  $f(z) = \arcsin(z)$  Riemanni pinna kolmemõõtmelist projektsiooni, kus x- ja y-teljel on komplekstasand ning z-teljel funktsiooni reaalosa. Kolmemõõtmelisel projektsioonil näivad pinnad iseenesega lõikuvat, kuid tegelikult 4-mõõtmelises ruumis see Riemanni pind enesega ei lõiku.

Kasutatud materjal:

Kivelä, S., *On Visualization of Rieamann Surfaces*, The Mathematica Journal 11:3, 2009 Wolfram Media, Inc. [https://matta.hut.fi/matta/mma/SKK\\_MmaJournal.pdf](https://matta.hut.fi/matta/mma/SKK_MmaJournal.pdf) kasutatud 20.4.2019

<sup>1</sup> By Leonid 2 - Own work, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=39273856>